

基于四元小波变换自适应双变量模型的图像去噪

盖 杉

(东南大学 计算机科学与工程学院, 江苏 南京 210096)

摘 要: 提出一种新的基于四元小波变换自适应双变量模型的图像去噪算法. 在四元小波变换域, 以自适应双变量模型作为先验模型, 对图像相邻尺度分解系数的稀疏分布进行建模, 充分挖掘分解系数之间的统计相关性, 采用 Newton-Raphson 迭代方法估计尺度间边缘系数的方差, 在贝叶斯最大后验概率估计理论框架下对图像进行去噪处理. 此算法取得了更优的去噪性能.

关键词: 图像去噪; 四元小波; 自适应双变量模型; 贝叶斯估计

中图分类号: TP39

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2015)03-0081-05

Image Denoising Algorithm Using Adaptive Bivariate Model Based on Quaternion Wavelet Transform

GAI Shan

(Institute of Computer Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: A new method for image denoising which combined quaternion wavelet transform (QWT) and adaptive bivariate model has been proposed. The adaptive bivariate model is used to describe inter-scale statistical correlation of the QWT decomposition coefficients. The Newton-Rapson is applied to estimate the marginal coefficient variance. Then the image denoising is done under the framework of Bayesian MAP estimation theory. The proposed algorithm outperforms in terms of denoising performance, peak signal to noise ratio, edge and texture information preservation.

Key words: image denoising; quaternion wavelet transform; adaptive bivariate model; Bayesian estimation

1 引言

图像在传输与获取的过程中, 不可避免地会受到各种噪声的污染, 进而影响图像的后续处理. 因此, 图像去噪已成为提高图像质量的一种重要手段.

多尺度分解技术是一种重要的图像信号表示方法, 由于其具有多尺度和时频局部化的特点, 因此已被广泛地应用于图像去噪. 这类方法的核心思想是对变换系数进行统计建模, 以便描述分解系数的统计特性, 然后利用这些先验信息, 在贝叶斯估计理论的框架下对未受噪声污染的原始图像信号的变换系数进行估计. Donoho^[1] 针对小波系数的特点, 提出

一种阈值收缩的去噪方法. 此后, Chang^[2] 等人利用广义高斯模型描述小波系数的统计特性. Portilla^[3] 等人结合尺度内与尺度间分解系数特点, 运用尺度混合高斯模型进行图像去噪. Rabbani^[4] 等人通过引入双变量模型刻画小波变换父子系数间统计相关性, 并取得较好的去噪效果.

随着小波变换在图像去噪领域的广泛应用, 其缺乏方向选择性的劣势日益突显, 多尺度几何分析方法(MGA)的产生成功克服了这一缺陷. 其中, M. N. Do^[5] 等人提出的 Contourlet 变换是最具代表性的一种 MGA 分析工具. 此后, Yan^[6] 等人给出了一种非下采样 Contourlet 变换, 并将其应用于图像去

收稿日期: 2014-05-06; 修回日期: 2014-06-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(61202319, 61272077, 61203243, 61201439, 61363050); 中国博士后基金项目(2013M530224); 江西省教育厅项目(GJJ13481)

噪. 戴维^[7]等人利用 Contourlet 变换对 Donoho 阈值进行改进, 解决了其过扼杀分解系数的缺陷. Rabbani^[8]运用拉普拉斯概率密度函数对非下采样 Contourlet 变换系数进行建模. 贾建^[9]等人采用逆高斯模型描述分解系数的统计特性.

然而, 无论是小波变换还是 Contourlet 变换等多尺度几何分析工具, 均缺少对图像相位信息的描述能力. 四元小波变换 (QWT)^[10,11] 是一种新的图像几何结构解析工具. 四元小波变换有效地继承了实小波变换与复小波变换的图像分析与处理能力, 它是在四元代数与 Hilbert 变换理论的基础上发展而来的. 四元小波变换可以看作是一种局部傅里叶变换, 其极坐标的表示形式是由一个幅值和三个四元相位组成, 其中一个相位表示图像结构纹理特征信息, 另外两个相位表示图像的局部位移信息^[12-14].

本文将 Sendur 提出的自适应双变量模型与四元小波变换相结合, 提出一种基于四元小波变换和自适应双变量模型的图像去噪算法 (QWT-ABishrink), 作用于标准测试图像进行加性高斯白噪声去除. 与当前一些典型的去噪算法相比, 本文提出的算法在视觉效果和客观衡量指标两方面均有明显的提高和改善.

2 四元小波变换

假设 φ 表示四元小波尺度函数, ψ^D, ψ^V, ψ^H 分别表示四元小波基函数, 按着实数小波与复数小波多分辨率分析构造框架的思路, 分别对四元二维解析信号的三个虚部进行希尔伯特变换, 得到

$$\begin{cases} \varphi(x, y) = \varphi_h(x)\varphi_h(y) + i\varphi_g(x)\varphi_h(y) + \\ \quad j\varphi_h(x)\varphi_g(y) + k\varphi_g(x)\varphi_g(y) \\ \psi^H(x, y) = \psi_h(x)\varphi_h(y) + i\psi_g(x)\varphi_h(y) + \\ \quad j\psi_h(x)\varphi_g(y) + k\psi_g(x)\varphi_g(y) \\ \psi^V(x, y) = \psi_h(y)\varphi_h(x) + i\psi_h(y)\varphi_g(x) + \\ \quad j\psi_g(y)\varphi_h(x) + k\psi_g(y)\varphi_g(x) \\ \psi^D(x, y) = \psi_h(x)\psi_h(y) + i\psi_g(x)\psi_h(y) + \\ \quad j\psi_h(x)\psi_g(y) + k\psi_g(x)\psi_g(y) \end{cases} \quad (1)$$

式中 φ_h, φ_g 表示一维尺度函数, ψ_h, ψ_g 表示一维小波基函数. 由式(4)可知, QWT 是由四个实小波变换构成, 其中一个实小波变换构成 QWT 实部, 另外三个实小波变换构成 QWT 的三个虚部. 经进一步研究可知, 从 l 层到 $l+1$ 层的 QWT 分解是一个四元小波近似分量到一个新的四元小波近似分量和三个四元小波细节分量的转化. 假设 A_l^q 对应 QWT 在 l 层的近似分量, $D_{l,i}^q (i=1,2,3)$ 对应 QWT 在 l 层的细

节分量, H_l^q, G_l^q 分别表示 QWT 低通和高通滤波器.

3 基于 QWT-ABishrink 的图像去噪算法

研究与实验表明, 图像的变换系数之间并不是孤立的, 而是具有一定的统计相关性. 同时, 变换系数在尺度间具有传递性, 即某一尺度上的变换系数较大(小), 那么在其相邻尺度上的同一空间位置上的变换系数也往往较大(小). 各子带系数的分布具有高度非高斯性, 并呈现尖峰值, 重托尾现象. 因此, 一些学者相继提出用于描述变换系数非高斯分布的统计模型. 其中, 双变量模型能够较充分地挖掘出变换系数在相邻尺度间具有的统计相关性. 鉴于 QWT 分解系数特点与常见的变换系数(小波变换)具有相似之处, 因此, 本文首次将自适应双变量统计模型拓展到四元小波变换域, 并应用于图像去噪.

3.1 自适应双变量模型

四元小波变换域的图像去噪问题可以描述为 $x = q + n$, 其中 x, q, n 分别表示噪声图像、原始图像以及高斯噪声的 QWT 分解系数. 令 $q = (q_1, q_2)$, $x = (x_1, x_2)$, $n = (n_1, n_2)$, 其中 q_1 表示当前尺度的 QWT 系数, q_2 表示 q_1 的父系数, 即上一级粗尺度中与 q_1 空间位置对应的 QWT 系数. 同理可得, (x_1, x_2) 与 (n_1, n_2) 的含义与 (q_1, q_2) 相同, 均表示相邻尺度对应的父子 QWT 分解系数. 本文采用 Sendur^[4]等人提出的自适应双变量模型来描述父子系数间具有的统计相关性, 即:

$$p_q(q) = \frac{3}{2\pi\delta_1\delta_2} \cdot \exp\left(-\sqrt{3}\sqrt{\left(\frac{q_1}{\delta_1}\right)^2 + \left(\frac{q_2}{\delta_2}\right)^2}\right) \quad (2)$$

式中, δ_1 与 δ_2 分别表示父子边缘方差, $p_q(q)$ 表示联合概率密度. 图 1(a) 中给出了 q_1, q_2 父子系数的联合概率密度函数曲线. 从图中可知, 该统计模型能够准确地描述各子带父子 QWT 系数的分布.

根据贝叶斯估计理论, 可以通过噪声信号 QWT 系数 x 得到未受噪声污染信号 QWT 系数 q 的估计值 $\hat{q}(x)$.

$$\hat{q}_1 = \frac{\delta_1^2 \cdot r}{\delta_1^2 \cdot r + \sqrt{3}\delta_n^2} \cdot y_1 \quad (3)$$

式中,

$$r = \sqrt{\left(\frac{q_1}{\delta_1}\right)^2 + \left(\frac{q_2}{\delta_2}\right)^2} \quad (4)$$

自适应双变量模型如图 1(b) 所示, 从图中可知, 该模型存在一个死区区域, 在该区域内的 QWT

系数估计值均为0,即:

$$DZ = \{(x_1, x_2) : \sqrt{(x_1, \delta_1)^2 + (x_2, \delta_2)^2} \leq \sqrt{3}\delta_n\} \quad (5)$$

式中, δ_n 表示噪声方差,其估计方法采用 Donoho 的鲁棒中值估计法,从 QWT 分解的最细尺度得到: $\delta_n = \text{Median}(|q_i|)/0.6745, q_i \in HH_1$.

3.2 QWT-ABishrink 去噪算法实现

本文提出的 QWT-ABishrink 图像去噪算法的实现步骤如下:

(1) 对含噪图像进行四元小波变换(QWT);

(2) 根据 Donoho 中值估计法计算噪声方差 δ_n ;

(3) 采用 Newton-Raphson 迭代方法计算父子系数的边缘方差 δ_1, δ_2 , 即 $\delta_1^2 = \max(\delta_{x_1}^2 - \delta_n^2, 0), \delta_2^2 = \max(\delta_{x_2}^2 - \delta_n^2, 0)$, 其中 $\delta_{x_1}^2 = 1/N \sum_{x_{1i} \in \Omega(k)} x_{1i}^2, \delta_{x_2}^2 = 1/N \sum_{x_{2i} \in \Omega(k)} x_{2i}^2, \Omega(k)$ 表示以当前 QWT 系数 x_1, x_2 为中心大小为 N 的邻域内含有的系数个数。

(4) 将 $\delta_n, \delta_1, \delta_2$ 代入式(3)求得原始 QWT 系数的估计值;

(5) 将 QWT 系数估计值进行四元小波逆变换(IQWT),得到降噪图像。

4 实验结果和分析

为了验证本文提出算法对高斯白噪声的抑制能力,本文选取大小为 512×512 的标准测试图像 Lena, Peppers, Barbara 和 Boat 分别进行实验. 本文选取 Q-shift 滤波器进行 QWT 分解,分解级数设定为 3,从粗尺度到细尺度将分别产生 16, 28, 40 个子图像. 通过实验测定可知,用于估计边缘方差的邻域窗口大小为 13×13 .

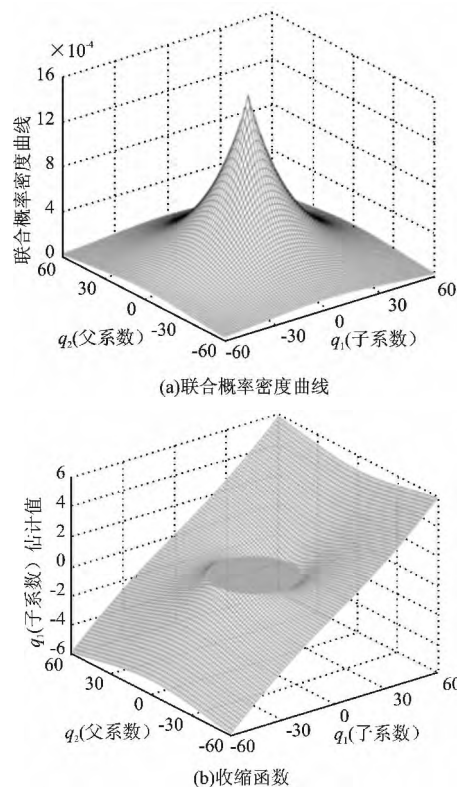


图1 自适应双变量模型的父子系数联合分布

本文对标准测试图像分别加入噪声方差 10, 20, 30, 40, 50, 60. 为了验证本文算法的有效性,选用目前比较优秀的五种图像去噪算法与之进行比较. 基于小波变换域的尺度混合模型去噪(BLS-GSM)^[3],基于复数小波变换的双变量模型去噪(CWT-Bishrink)^[4],基于非下采样 Contourlet 变换域的双变量模型去噪(NSCT-Bishrink)^[6],基于稀疏理论的去噪算法(KSVD)^[15],具有块状结构的迭代收缩去噪算法(BM3D)^[16].



图2 Barbara 图像的去噪结果 ($\delta_n = 20$)

本文将峰值信噪比 (PSNR) 作为评价去噪算法有效性的客观指标. 将本文算法与上述 5 种典型算法去噪后的 PSNR 值一并列入表 1 中. 从表 1 中的实验结果可以看出, 相比于 3 种基于频域的经典去噪算法, 本文算法的 PSNR 值比 BLS-GSM, CWT-Bishrink 和 NSCT-Bishrink 平均高出 0.6~0.9 dB 左右; 与 KSVD 相比, 本文算法的 PSNR 值平均提

高 0.2~0.4 dB 左右. 对于 BM3D 算法, 在噪声方差 $\delta_n \leq 20$ 时, 本文算法的 PSNR 值率高于或接近于 BM3D, 随着 δ_n 值的不断增大, BM3D 的 PSNR 值要比本文算法平均高出 0.3~0.7 dB 左右. 由此可得, 除去 BM3D 算法, 本文算法较其他算法的 PSNR 值均有较大程度的提高.

表 1 去噪算法在不同噪声方差下的 PSNR(dB) 比较

测试图像	噪声标准差	含噪图像	BLS-GSM	CWT-Bishrink	NSCT-Bishrink	KSVD	BM3D	QWT-ABishrink
Lena	10	28.13	35.22	35.36	35.43	35.74	35.90	35.94
	20	22.11	32.08	32.13	32.23	32.51	32.97	32.98
	30	18.58	30.13	30.40	30.45	30.68	31.25	30.96
	40	16.09	29.03	29.12	29.32	29.38	29.78	29.27
	50	14.15	27.98	28.05	28.15	28.31	28.89	28.50
	60	12.57	27.12	27.32	27.56	27.74	28.16	27.95
Boat	10	28.13	33.23	33.35	33.48	33.85	33.92	33.98
	20	22.11	29.03	29.13	29.63	29.86	30.82	30.95
	30	18.58	27.04	27.28	27.78	27.92	29.01	28.59
	40	16.08	25.94	26.06	26.48	26.94	27.61	27.06
	50	14.13	25.04	25.18	25.36	25.87	26.72	26.31
	60	12.54	24.44	24.48	24.52	24.65	25.91	25.28
Pepper	10	28.12	32.19	32.78	32.83	32.98	33.50	33.63
	20	22.10	29.01	29.68	29.92	30.17	31.35	31.67
	30	18.60	28.38	28.47	28.69	28.79	30.16	29.43
	40	16.10	27.52	27.64	27.98	28.28	29.16	28.42
	50	14.15	26.67	26.81	26.94	27.12	28.42	27.64
	60	12.57	25.94	26.14	26.28	26.32	27.75	26.92
Barbara	10	28.13	34.04	34.15	34.28	34.03	34.95	34.98
	20	22.13	31.16	31.24	31.35	31.13	31.71	31.80
	30	18.57	27.86	27.07	27.37	27.96	29.70	28.53
	40	16.06	26.21	26.37	26.68	27.16	27.88	27.36
	50	14.14	24.53	24.87	24.98	26.65	27.26	26.95
	60	12.56	24.96	25.06	25.18	25.83	26.47	25.91

图 2 中给出了噪声标准差 $\delta_n = 20$ 时, Barbara 图像的去噪结果. 其中图 2(c) 所示去噪算法中出现了不连续的区域, 尤其是 Barbara 图像中桌布和裤上纹理较多的区域. 图 2(d) 与图 2(e) 所示的去噪算法中均存在过渡平滑现象. 图 4(f) 所示的去噪算法平滑效果略显不足, 对比度不强, 存在细节信息的丢

从实验结果可知, 本文算法无论在客观评价指标还是视觉效果上均优于目前 3 种经典的基于领域的去噪算法.

失. 本文算法与图 2(h) 所示的算法能够在去除噪声的同时, 较好地保留图像细节信息, 去噪后图像的纹理线条清晰. 从表 1 中得知 BM3D 算法能够取得优秀的 PSNR 值, 但该算法是基于块结构的处理模式, 随着噪声方差取值的不断增加, 其重构图像块效应就越明显.

5 结束语

本文提出一种基于变换域的自适应双变量模型

图像去噪算法. 算法利用四元小波变换丰富的相位信息和平移不变性的优点, 挖掘出相邻尺度分解系数间具有的统计相关性. 实验结果表明, 本文算法在视觉效果和客观评价指标(PSNR)度量上均优于当前一些经典的图像去噪算法.

参考文献:

- [1] Donoho D L. Denoising by soft thresholding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- [2] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1532-1546.
- [3] Portilla J, Strela V, Wainwright M, et al. Image denoising using scale mixtures of gaussians in the wavelet domain [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(11): 1338-1351.
- [4] Rabbani H, Nezafat R, Gazor S. Wavelet-domain medical image denoising using bivariate laplacian mixture model [J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2009, 56(12): 2826-2837.
- [5] Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: an efficient directional multi-resolution image representation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2091-2106.
- [6] Yan S, Yang X Y, Guo Y H. Translation invariant directional framelet transform combined with filters for image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(1): 44-55.
- [7] 戴维, 于盛林, 孙栓. 基于 Contourlet 变换自适应阈值的图像去噪算法 [J]. 电子学报, 2007, 35(10): 1939-1943.
Dai Wei, Yu Sheng Lin, Sun Shuan. Image denoising algorithm using adaptive threshold based on Contourlet transform [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(10): 1939-1943.
- [8] Rabbani H. Image denoising in steerable pyramid domain based on a local Laplace prior [J]. Pattern Recognition, 2009, 42(9): 2181-2193.
- [9] 贾建, 陈莉. 基于正态逆高斯模型的非下采样 Contourlet 变换图像去噪 [J]. 电子学报, 2011, 39(7): 1563-1568.
- [10] Chan W L, Choi H R, Baraniuk G. Coherent multi-scale image processing using dual-tree quaternion wavelets [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(7): 1069-1082.
- [11] Ginzberg P, Walden A T. Matrix-valued and quaternion wavelets [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(6): 1357-1367.
- [12] Cadena R M, Rovelto J R, Corrochano E B. Geometric techniques for 3D tracking of ultrasound sensor, tumor segmentation in ultrasound images, and 3D reconstruction [J]. Pattern Recognition, 2014, 47(5): 1968-1987.
- [13] Ming Yin, Wei Liu, Jun Shui, et al. Quaternion wavelet analysis and application in image denoising [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2012, (2012): 1-21.
- [14] Souillard R, Carre P. Quaternion wavelets for texture classification [J]. Pattern Recognition Letters, 2011, 32(13): 1669-1678.
- [15] Hughes J M, Rockmore D N, Yang W. Bayesian learning of sparse multi-scale image representations [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(12): 4972-4983.
- [16] Danielyan A, Katkovnik V, Egiazarian K. BM3D frames and variational image deblurring [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(4): 1715-1728.

作者简介:

盖杉男, (1980-), 硕士生导师, 副教授. 研究方向为稀疏表示和图像处理与模式识别、流形学习、谱图理论、非负矩阵表示理论及其应用. E-mail: gaishan886@163.com.